

EVALUACIÓN PROBABILÍSTICA DE LA CONDICIÓN “COLUMNA FUERTE VIGA DÉBIL”

Angelo Marinilli

Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME), Facultad de Ingeniería, UCV.
angelo.marinilli@ucv.ve, angelomarinilli@gmail.com

RESUMEN

La condición “columna fuerte viga débil” supone permitir la formación de rótulas plásticas en las vigas y evitarlas en las columnas durante un terremoto. Para esto la Norma Venezolana Fondonorma 1753:2006 propone dos procedimientos para estructuras que requieren nivel de diseño 3 según la Norma Venezolana Covenin 1756:2001. El procedimiento 1 compara resistencias a flexión de vigas y columnas en los nodos, siendo el de uso más generalizado, y el procedimiento 2 compara resistencias de vigas y columnas en los niveles de la estructura. Los resultados de ambos procedimientos dependen de la resistencia a compresión del concreto y la resistencia cedente del acero de refuerzo, cuyo efecto puede evaluarse mediante métodos probabilísticos. El objeto de este trabajo es evaluar el efecto de la condición columna fuerte viga débil sobre el comportamiento sismorresistente de pórticos de concreto reforzado mediante métodos probabilísticos, considerando la variabilidad de las resistencias del concreto y del acero. Para ello se diseñaron pórticos planos de concreto reforzado según la normativa vigente en el país y se realizaron ajustes aplicando el procedimiento 1 para diversos valores de la relación de resistencias entre columnas y vigas. El comportamiento sismorresistente se evaluó mediante análisis estáticos no lineales o *pushover*. Se emplearon dos metodologías probabilísticas. La primera basada en simulación numérica y la segunda basada en la obtención analítica de curvas de fragilidad. La primera metodología permitió identificar los valores de la relación de resistencias para evitar mecanismos de piso y generar mecanismos plásticos de colapso ideales. La segunda metodología mostró que valores mayores de la relación de resistencias disminuyeron las probabilidades de alcanzar y exceder cada estado de daño.

Palabras clave: pórticos, concreto reforzado, columna fuerte viga débil, probabilidades.

INTRODUCCIÓN

Las normas modernas para el diseño de estructuras de concreto reforzado presentan estrategias para generar la condición “columna fuerte viga débil” en pórticos resistentes a momento. Esta condición supone permitir la formación de rótulas plásticas en los extremos de las vigas y evitar la formación de rótulas plásticas en las columnas durante un terremoto.

El comportamiento sismorresistente de estructuras de concreto reforzado posee diversas fuentes de incertidumbre, entre las que se encuentran la resistencia a compresión del concreto (f'_c) y la tensión a la cedencia del acero de refuerzo (f_y). El efecto de esta incertidumbre sobre la condición columna fuerte viga débil se puede evaluar mediante métodos probabilísticos basados en simulación numérica, como el Método de Simulación de Montecarlo o el Método Latino Hipercúbico.

De igual manera, las curvas de fragilidad permiten incorporar la incertidumbre de las propiedades mecánicas de los materiales al analizar el efecto de la condición columna fuerte viga débil sobre el comportamiento sismorresistente de pórticos de concreto reforzado. Las curvas de fragilidad permiten además estimar la probabilidad de que una estructura alcance o exceda un determinado nivel de daño, en función de una intensidad dada del movimiento sísmico.

El objeto de este trabajo es evaluar el efecto de la condición columna fuerte viga débil sobre el comportamiento sismorresistente de pórticos de concreto reforzado mediante métodos probabilísticos, considerando la variabilidad de las resistencias del concreto y del acero.

1. LA CONDICIÓN COLUMNA FUERTE VIGA DÉBIL

La Norma Venezolana Fondonorma 1753:2006 (NVF 1753:2006, 2006) presenta dos procedimientos para lograr la condición columna fuerte viga débil para estructuras que deben cumplir con el nivel de diseño 3 (ND3), de acuerdo con la Norma Venezolana Covenin 1756:2001 (NVC 1756:2001, 2001). El procedimiento 1 compara las resistencias a flexión de vigas y columnas en todos los nodos de la estructura y el procedimiento 2 compara las resistencias de todas las vigas y todas las columnas en cada nivel. Ambos procedimientos consisten en verificar que la sumatoria de las resistencias de las columnas ($\sum Mc$) sea mayor que la sumatoria de las resistencias de las vigas ($\sum Mv$), de acuerdo con la ecuación 1. La relación de resistencias entre columnas y vigas es $\omega = 6/5$, de acuerdo con la NVF 1753:2006.

$$\sum Mc \geq \omega \sum Mv \quad (\text{Ecuación 1})$$

El procedimiento 1 tiene su origen en el código ACI 318 (2014) y es el más comúnmente utilizado, siendo adoptado por diversas normas internacionales, aunque en algunos casos con valores diferentes de la relación de resistencias. Por ejemplo, la norma peruana para estructuras de concreto reforzado considera $\omega = 1,4$ (SENCICO, 2006) y la norma complementaria para estructuras de concreto reforzado de Ciudad de México considera $\omega = 1,5$ (NTCM, 2004). El procedimiento 2 tiene su origen en el comentario del *Blue Book* de la SEAOC (1999) y de acuerdo con la información disponible solo ha sido adoptada por la NVF 1753:2006. Es importante aclarar que cualquiera de los dos procedimientos tiene como finalidad evitar la formación de mecanismos de piso y no necesariamente favorecer la formación de mecanismos plásticos de colapso ideales, tales como los mostrados en la figura 1.

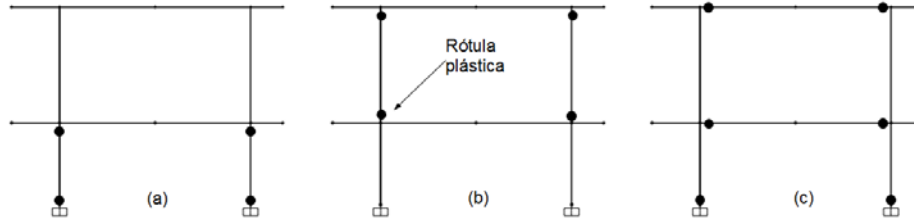


Figura 1: Mecanismos plásticos de colapso para un pórtico de dos pisos y un vano: (a) mecanismo de primer piso, (b) mecanismo de segundo piso y (c) mecanismo ideal. (Elaboración propia)

2. ANÁLISIS PROBABILÍSTICO

Existen diversas técnicas para implementar un análisis probabilístico. Entre estas se pueden citar el Método de Simulación de Montecarlo, el Método Latino Hipercúbico y el Método de los Estimadores Puntuales, los cuales se explican brevemente a continuación.

2.1. Método de Simulación de Montecarlo

La probabilidad de falla de un sistema estructural se obtiene al evaluar la integral multidimensional mostrada en la ecuación 2.

$$p_f = P[y \leq 0] = \int \dots \int_{y \leq 0} f_X(X) dX \quad (\text{Ecuación 2})$$

donde $y = f(X)$ es la función del comportamiento del sistema de n variables aleatorias, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ es el vector de las variables aleatorias y $f_X(X)$ es la función de densidad conjunta de X . El Método de Simulación de Montecarlo permite evaluar la ecuación 2 mediante la generación aleatoria de valores de X . Alternativamente, permite evaluar el efecto de las variables aleatorias sobre el comportamiento del sistema analizado, aun sin la necesidad de evaluar la probabilidad de falla. Este método tiene el inconveniente de requerir un número grande de simulaciones numéricas de la respuesta de interés (Melchers, 1999).

2.2. Método Latino Hipercúbico

El Método Latino Hipercúbico propone que para generar m muestras de la función de n variables aleatorias $y = f(X)$, se subdivide el rango de cada variable aleatoria (x_i) en m sectores de igual probabilidad y se seleccione aleatoriamente un valor de cada sector. Posteriormente se combinan aleatoriamente los valores seleccionados de las n variables aleatorias para generar un total de m muestras de X . El propósito es garantizar que cada valor seleccionado de una variable aleatoria quede representado una vez en las muestras, independientemente del valor que sea más importante. La principal ventaja de este método de muestreo es que permite evaluar la ecuación 2, o el efecto de las variables aleatorias sobre el comportamiento del sistema analizado, con un número menor de simulaciones que el Método de Simulación de Montecarlo (Choi et al., 2007).

2.3. Método de los Estimadores Puntuales

El Método de los Estimadores Puntuales fue originalmente propuesto por Rosenblueth (1975). El método considera básicamente que una función de una variable aleatoria $y = f(x)$ puede ser concentrada en los dos puntos mostrados en la ecuación 3.

$$y_+ = f(x_+) = f(m_x + s_x) \quad y_- = f(x_-) = f(m_x - s_x) \quad (\text{Ecuación 3})$$

donde m_x es la media y s_x es la desviación estándar de la variable x . La media y la varianza de la función $y = f(x)$ pueden ser obtenidas por medio de la ecuación 4.

$$m_y = y_+ \cdot P_+ + y_- \cdot P_- \quad s_y^2 = (y_+ - m_y)^2 \cdot P_+ + (y_- - m_y)^2 \cdot P_- \quad (\text{Ecuación 4})$$

donde $P_+ = P_- = P = 1/2$ si se considera que la distribución probabilística de la variable x es simétrica. Este concepto se puede extender para funciones de n variables aleatorias resultando en 2^n términos. El método tiene la ventaja de requerir un número relativamente bajo de evaluaciones numéricas de la respuesta de interés. Sin embargo, para realizar evaluaciones probabilísticas se requiere conocer previamente la distribución probabilística de dicha respuesta.

3. CURVAS DE FRAGILIDAD

Las curvas de fragilidad se definen desde el punto de vista probabilístico mediante la ecuación 5, suponiendo que las distribuciones probabilísticas de la demanda (D) y la capacidad (C) son lognormales y que estas son independientes entre sí (Schultz et al., 2010).

$$P[D \geq C/A_0] = \Phi \left[\frac{\ln (m_D/m_C)}{\sqrt{\beta_{D/A_0}^2 + \beta_C^2}} \right] \quad (\text{Ecuación 5})$$

donde:

$P[D \geq C/A_0]$ = probabilidad condicional que la demanda sea mayor o igual que la capacidad, dado que ocurre A_0

A_0 = coeficiente de aceleración horizontal del terreno

$\Phi[...]$ = función de distribución normal estándar acumulada

m_D = mediana de la demanda

m_C = mediana de la capacidad

β_{D/A_0}^2 = dispersión de la demanda, dado que ocurre A_0

β_C^2 = dispersión de la capacidad

3.1. Capacidad

La curva de capacidad representa el comportamiento sismorresistente de una estructura bajo la acción de cargas laterales y se determina mediante un análisis estático no lineal (*pushover*). Una vez obtenida la curva de capacidad se idealiza mediante tres ramas lineales con base en el criterio de iguales áreas. Los análisis estáticos no lineales y la idealización de las curvas de capacidad se realizan según los lineamientos de los documentos FEMA 356 (2000) y ASCE/SEI-41 (2013).

3.2. Demanda

La demanda de desplazamiento (δ_t) representa el máximo desplazamiento que será experimentado probablemente por una edificación durante un sismo. Dicha demanda se determina mediante el método de los coeficientes definido en FEMA 356 (2000) y modificado en FEMA 440 (2005). La ecuación 6 permite calcular la demanda de desplazamiento con base en las curvas de capacidad obtenidas mediante análisis estáticos no lineales.

$$\delta_t = C_0 C_1 C_2 S_a \frac{T_e^2}{(2\pi)^2} g \quad (\text{Ecuación 6})$$

donde:

C_0 = factor de modificación que relaciona el desplazamiento de un sistema equivalente de 1 grado de libertad dinámico (gdld) con el desplazamiento en el techo de la estructura de varios gdld

C_1 = factor de modificación que relaciona el máximo desplazamiento inelástico esperado con el desplazamiento calculado mediante un análisis elástico lineal

C_2 = factor de modificación que representa el efecto del estrangulamiento de los ciclos de histéresis, la degradación de rigidez y la degradación de resistencia sobre el desplazamiento máximo del sistema

T_e = período fundamental efectivo de la estructura en la dirección de análisis

S_a = respuesta espectral de aceleración correspondiente al período fundamental efectivo y la fracción de amortiguamiento crítico de la estructura en la dirección de análisis

g = aceleración de la gravedad

3.3. Estados de daño

El cuadro 1 contiene los estados de daño estructural, sus descripciones y desplazamientos asociados, de acuerdo con HAZUS-MH MR4 (2003) y Coronel y López (2013). En el cuadro 1, u_y es el desplazamiento cedente, u_u es el desplazamiento último y u_i es el desplazamiento asociado al estado de daño i .

Cuadro 1: Estados de daño estructural y desplazamientos asociados.
(Elaboración propia)

ESTADO DE DAÑO	DESCRIPCIÓN	DESPLAZAMIENTO
Sin daño	No se observan daños estructurales.	$< 0,5 u_y$
Leve	Grietas delgadas por flexión o corte en algunas vigas y columnas cerca de los nodos o en los nodos.	$u_1 = 0,5 u_y$
Moderado	La mayor parte de columnas y vigas muestran grietas delgadas. En pórticos dúctiles algunos miembros alcanzan la cedencia.	$u_2 = u_y$
Severo	Algunos miembros alcanzan su capacidad resistente. En pórticos no dúctiles algunos miembros fallan por corte, empalmes por solape, pandeo del acero longitudinal o rotura de ligaduras.	$u_3 = u_y + 0,25 (u_u - u_y)$
Completo	La estructura colapsa o el colapso es inminente debido a la falla frágil de miembros no dúctiles o la pérdida de estabilidad.	$u_4 = u_u$

4. EJEMPLO

A continuación se presenta un ejemplo que permite ilustrar la implementación de las metodologías propuestas.

4.1. Descripción de la estructura

Se analizó un pórtico plano de concreto reforzado de dos pisos y un vano, cuya geometría se observa en la figura 2. Las secciones transversales de las columnas de la planta baja (C-PB) y de la planta alta (C-PA) son de $30\text{ cm}^2 \times 30\text{ cm}^2$, la viga del entrepiso (V-EP) es de $30\text{ cm}^2 \times 60\text{ cm}^2$ y la viga del techo (V-TE) es de $30\text{ cm}^2 \times 50\text{ cm}^2$.

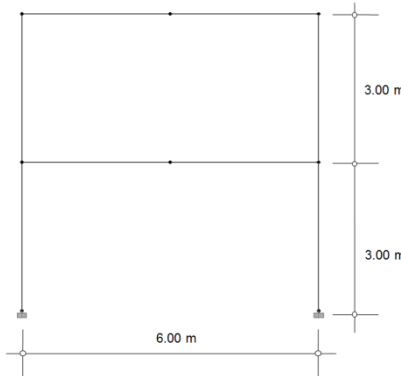


Figura 2: Geometría del pórtico analizado.
(Elaboración propia)

4.2. Propiedades de los materiales estructurales

El cuadro 2 contiene los valores nominales, las distribuciones probabilísticas, las medias y los coeficientes de variación (CV) de la resistencia a compresión del concreto (f_c) y la tensión de cedencia del acero de refuerzo (f_y), según Castilla y Marinilli (2001), Melchers (1999) y Porrero et al. (1996).

Cuadro 2: Propiedades de los materiales estructurales.
(Elaboración propia)

VARIABLE ALEATORIA	VALOR NOMINAL (MPa)	DISTRIBUCIÓN	MEDIA (MPa)	CV
f_c	25,0	Normal	31,3	0,15
f_y	420	Lognormal	483	0,05

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A continuación se presentan los resultados del diseño, ajustes e implementación de las metodologías probabilísticas propuestas.

El diseño y los ajustes sucesivos mediante el procedimiento 1 se realizaron de acuerdo con la NVF 1753:2006, empleando los valores nominales de las propiedades mecánicas de los materiales estructurales. Para realizar los análisis probabilísticos y obtener las curvas de fragilidad se emplearon las propiedades estadísticas de los materiales estructurales mostradas en el cuadro 2. El diseño y los análisis estáticos no lineales se realizaron con la ayuda de los programas SAP2000 Structural Analysis Program y ETABS Nonlinear Version (CSI, 2006).

5.1. Resultados del diseño y ajustes

Las cargas permanentes y las cargas variables actuantes sobre la estructura se determinaron según la Norma Venezolana Covenin 2002:1988 (NVC 2002:1998, 1998). El análisis sísmico se realizó según la NVC 1756:2001, suponiendo que la edificación está ubicada en Caracas sobre un terreno firme, que requiere cumplir con el nivel de diseño 3 (ND3) y que en ella se pueden generar concentraciones plásticas.

El cuadro 3 contiene las cuantías del refuerzo longitudinal colocadas en los extremos de las vigas de la estructura, las cuales se mantuvieron durante los ajustes y análisis posteriores. El cuadro 4 contiene las cuantías del acero de refuerzo longitudinal colocado en las columnas y las relaciones de resistencia en los nodos (ω) para los casos considerados y los ajustes realizados según el procedimiento 1 de la NVC 1753:2006.

Cuadro 3: Cuantías del acero de refuerzo longitudinal colocado en las vigas.
(Elaboración propia)

VIGA	CUANTÍA ACERO INFERIOR	CUANTÍA ACERO SUPERIOR
V-TE	0,00375	0,00375
V-EP	0,00360	0,00538

Cuadro 4: Cuantías del acero de refuerzo longitudinal colocado en las columnas y relaciones de resistencia en los nodos. (Elaboración propia)

CASO	ω MÍNIMO – MÁXIMO	CUANTÍA C-PB	CUANTÍA C-PA
Resultado diseño	1,13 – 1,65	0,0253	0,0253
Ajuste $\omega = 1,20$	1,20 – 1,70	0,0338	0,0259
Ajuste $\omega = 1,50$	1,50 – 2,15	0,0338	0,0345
Ajuste $\omega = 2,00$	2,00 – 2,86	0,0563	0,0563

5.2. Análisis estáticos no lineales

Una vez realizado el diseño y los ajustes se realizaron análisis estáticos no lineales, según los lineamientos de los documentos FEMA 356 (2000) y ASCE/SEI-41 (2013). Durante estos análisis se consideró la posibilidad de formación de rótulas plásticas a flexión en los extremos de las vigas, y rótulas plásticas a flexión y carga axial en los extremos de las columnas. En cada caso se determinó el mecanismo plástico de colapso que se produce, como se muestra en el cuadro 5. Se observa que al aplicar el procedimiento 1 con $\omega \geq 1,20$ se evita la formación de mecanismos de piso y que con $\omega \geq 1,50$ se produce el mecanismo plástico de colapso ideal.

Cuadro 5: Resultados de los análisis estáticos no lineales.
(Elaboración propia)

CASO	MECANISMO DE PISO	MECANISMO MIXTO	MECANISMO IDEAL
Resultado diseño	X		
Ajuste $\omega = 1,20$		X	
Ajuste $\omega = 1,50$			X
Ajuste $\omega = 2,00$			X

5.3. Análisis probabilístico

Para realizar los análisis probabilísticos se generaron 50 pares de valores f_c y f_y mediante el Método Latino Hipercúbico. La figura 3 muestra los histogramas de los valores generados.

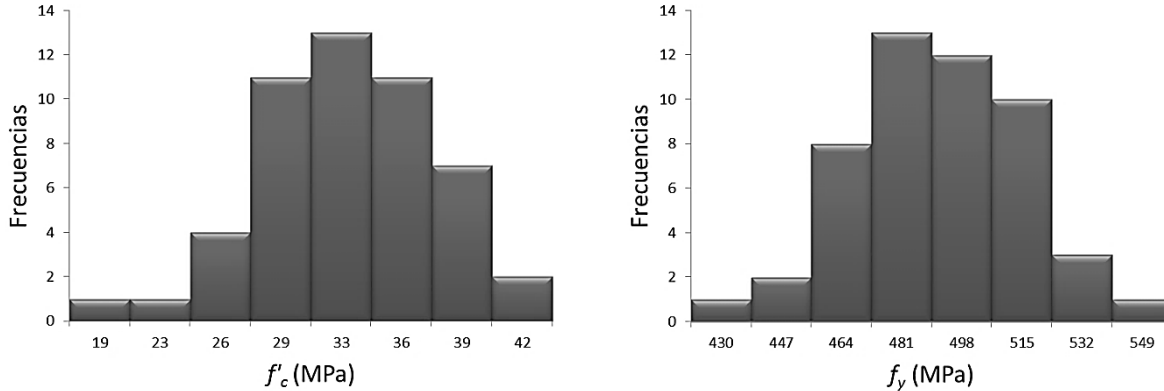


Figura 3: Histogramas de f_c y f_y obtenidos mediante el Método Latino Hipercúbico. (Elaboración propia)

Cuadro 6: Resultados de los análisis probabilísticos. (Elaboración propia)

CASO	Porcentajes		
	MECANISMO DE PISO	MECANISMO MIXTO	MECANISMO IDEAL
Resultado diseño	51	49	0
Ajuste $\omega = 1,20$	24	76	0
Ajuste $\omega = 1,50$	0	0	100
Ajuste $\omega = 2,00$	0	0	100

El análisis probabilístico se implementó realizando un análisis estático no lineal para cada pórtico diseñado y para cada par de valores generados de f_c y f_y . Los resultados se resumen en el cuadro 6, donde se observa cómo el valor de la relación de resistencias ω y la variabilidad de f_c y f_y afectan la formación de los distintos tipos de mecanismos de colapso. En particular se observa que al utilizar el valor normativo de la relación de resistencias ($\omega = 1,2$) no se impide la formación de mecanismos de piso en todos los casos. De igual manera se observa que utilizar $\omega \geq 1,5$ se genera el mecanismo plástico de colapso ideal en todos los casos analizados.

5.4. Curvas de fragilidad

Las curvas de fragilidad se elaboraron de forma analítica, obteniendo las curvas de capacidad mediante análisis estáticos no lineales, con la posibilidad de formación de rótulas plásticas a flexión en las vigas y rótulas a flexión y carga axial en las columnas. La demanda de desplazamiento se determinó mediante el método de los coeficientes. Se consideraron cinco estados de daño. Los análisis probabilísticos se realizaron mediante el Método de los Estimadores Puntuales, considerando que f_c y f_y son variables aleatorias independientes. Se supuso que las distribuciones probabilísticas de la demanda, la capacidad y las curvas de

fragilidad son lognormales. La figura 4 muestra las curvas de fragilidad obtenidas para el resultado del diseño y los ajustes realizados mediante el procedimiento 1 de la NVF 1753:2006.

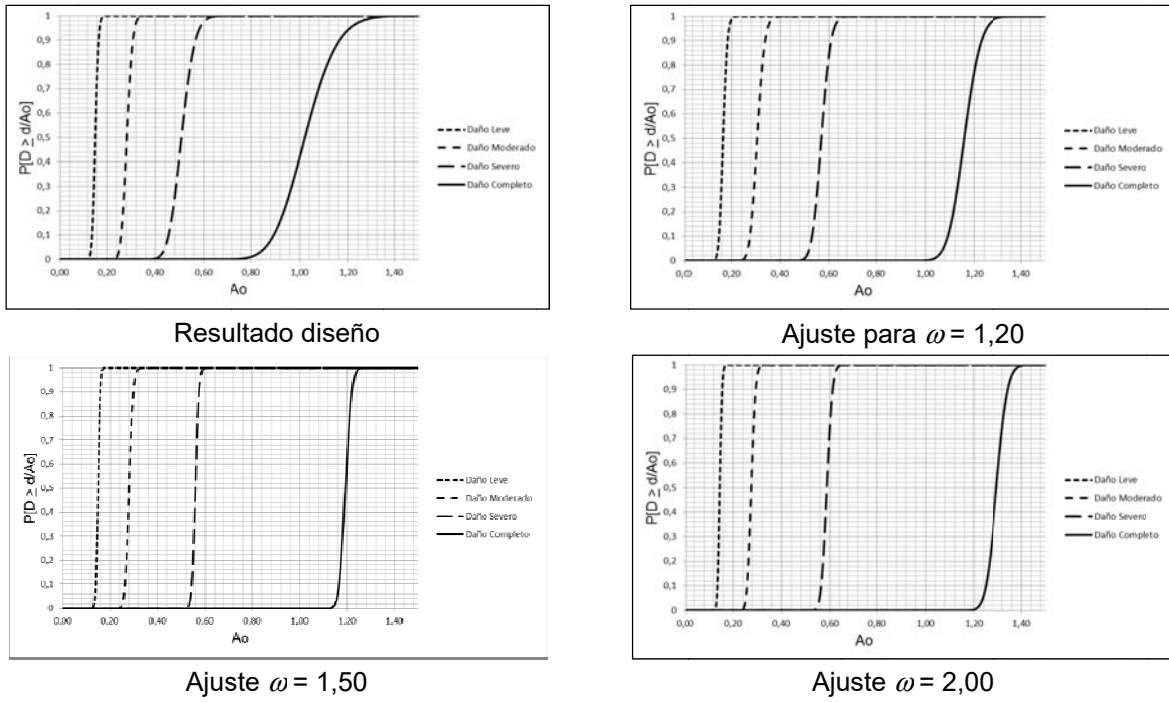


Figura 4: Curvas de fragilidad.
(Elaboración propia)

El cuadro 7 contiene los valores de A_0 con 50% de probabilidad de exceder cada estado de daño obtenidos de las curvas de fragilidad (medianas). El cuadro 8 contiene las probabilidades de exceder cada estado de daño obtenidas de las curvas de fragilidad, considerando $A_0 = 0,30$ y $1,3A_0 = 0,39$. En términos generales se observa que valores mayores de la relación de resistencias (ω) tiende a aumentar las medianas obtenidas de las curvas de fragilidad, es decir, que se requieren sismos de mayor intensidad para exceder cada nivel de daño. Del mismo modo se observa que las probabilidades de exceder cada estado de daño tienden a disminuir, lo que supone una mejora en los niveles de seguridad estructural.

Cuadro 7: Medianas de las curvas de fragilidad (A_0).
(Elaboración propia)

CASO	ESTADO DE DAÑO			
	LEVE	MODERADO	SEVERO	COMPLETO
Resultado diseño	0,152	0,282	0,507	1,021
Ajuste $\omega = 1,20$	0,164	0,305	0,569	1,159
Ajuste $\omega = 1,50$	0,149	0,280	0,560	1,193
Ajuste $\omega = 2,00$	0,145	0,275	0,587	1,295

Cuadro 8: Probabilidades de exceder cada estado de daño obtenidas de las curvas de fragilidad.
(Elaboración propia)

CASO	A_0	ESTADO DE DAÑO			
		LEVE	MODERADO	SEVERO	COMPLETO
Resultado diseño	0,30	1	0,817	$1,47 \times 10^{-9}$	$2,71 \times 10^{-27}$
	0,39	1	0,999	$1,26 \times 10^{-3}$	$3,58 \times 10^{-18}$
Ajuste $\omega = 1,20$	0,30	1	0,420	$4,87 \times 10^{-30}$	$2,36 \times 10^{-151}$
	0,39	1	0,999	$5,18 \times 10^{-12}$	$9,41 \times 10^{-103}$
Ajuste $\omega = 1,50$	0,30	1	0,914	$3,46 \times 10^{-166}$	0
	0,39	1	1	$5,24 \times 10^{-59}$	0
Ajuste $\omega = 2,00$	0,30	1	0,957	$2,98 \times 10^{-92}$	0
	0,39	1	1	$1,54 \times 10^{-36}$	0

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se evaluó el efecto de la condición columna fuerte viga débil sobre el comportamiento sismorresistente de pórticos de concreto reforzado mediante métodos probabilísticos. El ajuste de las resistencias de las columnas se realizó mediante el procedimiento 1 de la NVF 1753:2006, por tratarse del método de ajuste más comúnmente usado.

Se propusieron dos metodologías probabilísticas; la primera basada en simulación numérica mediante el Método Latino Hipercúbico y la segunda basada en la obtención analítica de curvas de fragilidad. En ambos casos se consideró que las resistencias del concreto y del acero son variables aleatorias independientes.

El desarrollo de un ejemplo permitió mostrar la implementación de las metodologías probabilísticas propuestas. La primera metodología permitió observar que al utilizar el valor normativo de la relación de resistencias ($\omega = 6/5$) no se impide en todos los casos la formación de mecanismos de piso y que al utilizar $\omega \geq 1,5$ se genera el mecanismo plástico de colapso ideal en todos los casos analizados. La segunda metodología permitió observar que valores mayores de la relación de resistencias mejoran la confiabilidad estructural al disminuir las probabilidades de alcanzar y exceder cada estado de daño.

Finalmente debe indicarse que para poder generalizar estos resultados se deben analizar otras estructuras con características diversas a la estudiada.

7. AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo del Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME) y el financiamiento del Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad Central de Venezuela (CDCH-UCV), a través del proyecto PI 08-8161-2011 para el desarrollo de esta investigación.

8. REFERENCIAS

- ACI 318. (2014). *Building code requirements for reinforced concrete and commentary*. Detroit: American Concrete Institute.
- ASCE/SEI-41. (2013). *Seismic evaluation and retrofit of existing buildings*. Reston: American Society of Civil Engineers and Structural Engineering Institute.

- Castilla, E. y Marinilli, A. (2001). Propiedades del acero de refuerzo para el diseño de estructuras sismorresistentes. *Boletín Técnico del IMME*, vol. 39, n° 1, pp. 14-25.
- Choi, S., Grandhi, R. y Canfield, R. (2007). *Reliability-based structural design*. London: Springer-Verlag.
- Coronel, G. y López, O.A. (2013). Metodología para la estimación de daños por sismos en edificios escolares de Venezuela mediante curvas de fragilidad. *Revista de la Facultad de Ingeniería UCV*, vol. 28, n° 2, pp. 65-86.
- CSI. (2006). *Linear and nonlinear static and dynamic analysis and design of three-dimensional structures. Basic Analysis Reference Manual*. Berkeley: Computers and Structures, Inc.
- FEMA 356. (2000). *Pre-standard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings*. Washington: Federal Emergency Management Agency.
- FEMA 440. (2005). *Improvement of nonlinear static seismic analysis procedures*. Washington: Federal Emergency Management Agency.
- HAZUS-MH MR4. (2003). *Technical Manual*. Washington: Federal Emergency Management Agency.
- Melchers, R.E. (1999). *Structural reliability analysis and prediction*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Norma Venezolana Covenin 1756:2001. (2001). *Edificaciones sismorresistentes*. Caracas: Comisión Venezolana de Normas Industriales.
- Norma Venezolana Covenin 2002:1988. (1988). *Criterios y acciones mínimas para el proyecto de edificaciones*. Caracas: Comisión Venezolana de Normas Industriales.
- Norma Venezolana Fondonorma 1753:2006. (2006). *Proyecto y construcción de obras de concreto estructural*. Caracas: Fondo para la Normalización y Certificación de la Calidad.
- NTCM. (2004). *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto*. Ciudad de México: Comité de Normas del Distrito Federal, México DF.
- Porrero, J., Salas, R., Ramos, C., Grases, J. y Velazco, G. (1996). *Manual del Concreto*. Caracas: Siderúrgica del Turbio.
- Rosenblueth, E. (1975). Second-order probabilities approximations. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 72(10), pp. 3812-3814.
- Schultz, M., Gouldby, B., Simm, J. y Wibono, J. (2010). *Beyond the factor of safety: Developing fragility curves to characterize system reliability*. Washington: US Army Corps of Engineers.
- SEAOC. (1999). *Recommended lateral force requirements and commentary*. Sacramento: Seismology Committee, Structural Engineers Association of California.
- SENCICO. (2006). *Norma Técnica de Edificación E.060. Concreto Armado*. Lima: Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, Gobierno del Perú.